

3 (Sem-2/CBCS) ECO HC 2

2 0 2 2

ECONOMICS

Paper : ECO-HC-2026

(Mathematical Methods in Economics-II)

(Honours Core)

Full Marks : 80

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. Answer the following as directed (any ten) :

$$1 \times 10 = 10$$

তলত দিয়াসমূহৰ নির্দেশ অনুযায়ী উত্তৰ দিয়া (যি কোনো দহটা) :

(a) Write a unit matrix of order 3×3 .

3×3 ক্রমৰ এটা একক ঘোলকক্ষ লিখা।

(b) If the two rows (or columns) of a determinant are identical, the value of the determinant will be _____ (zero/one).

(Fill in the blank)

যদি এটা নির্ধাৰকৰ দুটা শাৰী (বা স্তৱ) একে হয়, তেন্তে
নির্ধাৰকটোৰ মান হ'ব _____ (শূন্য/এক)।

(খালী ঠাই পূৰণ কৰা)

(2)

- (c) All differentiable functions are continuous, but not all continuous functions are differentiable.

(Write True or False)

সকলো অবকলনীয় ফলনেই অবিচ্ছিন্ন হয়, কিন্তু সকলো
অবিচ্ছিন্ন ফলনেই অবকলনীয় নহয়।

(সত্য নে অসত্য লিখা)

- (d) Is $(AB)' = B'A'$ correct?

$(AB)' = B'A'$ শুধু হয়নে ?

- (e) Every homogeneous function is homothetic, but all homothetic functions may not be homogeneous.

(Write True or False)

প্রত্যেক সদৃশ ফলনেই সমরূপ হয়, কিন্তু সকলো সমরূপ
ফলনেই সদৃশ ফলন নহ'বও পাবে।

(সত্য নে অসত্য লিখা)

- (f) Define idempotent matrix.

বর্গসম মৌলকক্ষ সংজ্ঞা দিয়া।

- (g) Having an objective function with two explanatory variables and one equality constraint, the order of the second-order bordered Hessian determinant will be

(Continued)

(3)

এটা অভিলক্ষ্য ফলনসহ দুটা স্বতন্ত্র চলক আৰু সমান
প্রতিবন্ধক থকা সীমান্তিত 'হেছিয়ান' নির্ধাৰকৰ দ্বিতীয়
ক্রম হ'ব

(i) 2×2 (ii) 3×3 (iii) 4×4 (iv) 2×3

(Choose the correct answer)

(শুধু উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

- (h) What is the rank of a null matrix?

এটা বিক্ষ মৌলকক্ষ অনুস্থিতি কি হ'ব ?

- (i) Is $x^2 + y^2 = 1$ an implicit function?

$x^2 + y^2 = 1$ এটা অন্তর্নিহিত ফলন হয়নে ?

- (j) If I is a unit matrix, then $5I$ will be

যদি I এটা একক মৌলকক্ষ হয়, তেন্তে $5I$ হ'ব

(i) a triangular matrix / এটা ত্রিভুজীয়
মৌলকক্ষ

(ii) a unit matrix / এটা একক মৌলকক্ষ

(iii) a scalar matrix / এটা অদিশ মৌলকক্ষ

(iv) a vector / এটা সদিশ বাশি

(Choose the correct answer)

(শুধু উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

(4)

- (k) What is the trace of the matrix $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$?

$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ মৌলকক্ষটোর অনুরেখ কি হ'ব ?

- (l) The solution of a differential equation of first-order consists of

প্রথম-ক্রম এটা অরকলনীয় সমীকরণ সমাধানত থাকে

- (i) complementary solution / পরিপূরক
সমাধান

- (ii) particular solution / বিশেষ সমাধান

- (iii) Both (i) and (ii) / (i) আৰু (ii) দুয়োটা

- (iv) trial solution / পৰীক্ষণ সমাধান

(Choose the correct answer)

(শুন্দি উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

- (m) Define saddle point.

পর্যাপ্ত বিন্দুৰ সংজ্ঞা দিয়া।

- (n) Difference equation is used in discrete/
continuous time analysis.

বিৰত/অবিৰত সময় বিশ্লেষণত ভেদে সমীকৰণ ব্যৱহাৰ
হয়। (Choose the correct option)

(শুন্দি বিকল্পটো বাছি উলিওৱা)

- (o) Cobweb model is very appropriate for
মৰক্বাজাল আৰ্হিটো বেছি অৰ্থবহু হয়

- (i) agricultural products
কৃষিজ্ঞতা দ্রব্যৰ বাবে

(Continued)

22A/1098

(5)

- (ii) industrial products

ওট্যোগিক দ্রব্যৰ বাবে

- (iii) Both (i) and (ii)

(i) আৰু (ii) দুয়োটা

- (iv) service

সেৱা সামগ্ৰীৰ বাবে

(Choose the correct answer)

(শুন্দি উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

2. Answer the following questions (any five) :

2×5=10

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো পঁচটা) :

- (a) Give an example of a diagonal matrix.

এটা বিকৰ্ণ ঘোলকক্ষৰ উদাহৰণ দিয়া।

- (b) Prove that for any scalar λ

$$\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$$

যি কোনো অদিশ বাশি λ ৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে

$$\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$$

- (c) Give an economic interpretation of
Lagrange multiplier:

লাগ্ৰাঞ্জ গুণকৰ অৰ্থনৈতিক ব্যাখ্যা আগবঢ়োৱা।

- (d) Define vector space with example.

উদাহৰণসহ সদিশ স্থলৰ সংজ্ঞা দিয়া।

22A/1098

(Turn Over)

(6)

- (e) Find the norm of the following matrix :

তলত দিয়া মৌলকক্ষটোর মানক উলিওৱা :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 6 & 4 & 12 \\ 5 & 3 & 10 \end{bmatrix}$$

- (f) Define intertemporal equilibrium.
আন্তঃসাময়িক ভবসাম্যব সংজ্ঞা দিয়া।

- (g) Find the rank of the following matrix :
তলব মৌলকক্ষটোর অনুস্থিতি নির্ণয় কৰা :

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 15 & 9 \end{bmatrix}$$

- (h) Define homothetic function with example.
উদাহৰণসহ সমৰূপ ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

3. Answer the following questions (any four) :
5×4=20

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো চাৰিটা) :

- (a) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$N(AB) \leq N(A) N(B)$$

(Continued)

(7)

- (b) Evaluate the following determinant :

তলত দিয়া নির্ধাৰকটোৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$\begin{vmatrix} x & 5 & 0 \\ 3 & y & 2 \\ 9 & -1 & 8 \end{vmatrix}$$

- (c) Find the extreme value of the following function :

তলত দিয়া ফলনটোৰ চৰম মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$Z = x^2 + xy + 2y^2 + 3$$

- (d) Find $A^2 - 5A + 7I$ from the following matrix :

তলত দিয়া মৌলকক্ষৰ পৰা $A^2 - 5A + 7I$ নিৰ্ণয় কৰা :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

- (e) Determine whether the following function is homogeneous. If so, of what degree?

তলত দিয়া ফলনটো সদৃশ ফলন হয় নে নহয়, নিৰ্ণয় কৰা। যদি হয়, তেন্তে কিমান মাত্ৰাৰ?

$$f(x, y, w) = \frac{xy^2}{w} + 2xw$$

(Turn Over)

(8)

- (f) Prove that if a function $f(x)$ is differentiable at a point $x = c$, then $f(x)$ is continuous at $x = c$.

প্রমাণ করা যে যদি এটা ফলন $f(x)$, $x = c$ বিন্দুত অবকলনীয় হয়, তেন্তে ফলনটো $x = c$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্নও হ'ব।

- (g) Given $X' = [x_1 \ x_2 \ x_3]$, write out the column vector X and find XX' .
যদি $X' = [x_1 \ x_2 \ x_3]$ দিয়া থাকে, তেন্তে সদিশ স্কেল X কি হ'ব, লিখা আৰু XX' নির্ণয় কৰা।

- (h) Prove that the Cobb-Douglas production function $Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$ is a linearly homogeneous production function, if $\alpha + \beta = 1$.

প্রমাণ কৰা যে যদি $\alpha + \beta = 1$ হয়, তেন্তে ক'ব-ডগলাচৰ উৎপাদন ফলন $Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$ এটা স্বল্পৈথিক মাত্রাৰ সদৃশ উৎপাদন ফলন হয়।

4. Answer the following questions (any four) : $10 \times 4 = 40$

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো চাৰিটা) :

- (a) Solve the following simple national income model using the method of (i) Cramer's rule and (ii) matrix inversion : $5+5=10$

(Continued)

22A/1098

(9)

তলত দিয়া স্বল্প জাতীয় আয়ৰ আহিটো (i) ক্ৰেমাৰ পদ্ধতি আৰু (ii) প্ৰতিলোমীয় মৌলকস্কৰ পদ্ধতিবে সমাধান কৰা :

$$Y = C + I_0 + G_0$$

$$C = a + bY \quad (a > 0, 0 < b < 1)$$

- (b) A price discriminating firm has the following average revenue functions :

$$P_1 = 63 - 4Q_1$$

$$P_2 = 105 - 5Q_2$$

$$P_3 = 75 - 6Q_3$$

If total cost function $C = 20 + 15Q$, then find the equilibrium outputs and equilibrium prices.

$5+5=10$

দৰ বিভেদীকৰণ কৰা উৎপাদন প্ৰতিষ্ঠান এটাৰ গড় আয় ফলনবোৰ তলত দিয়া হৈছে

$$P_1 = 63 - 4Q_1$$

$$P_2 = 105 - 5Q_2$$

$$P_3 = 75 - 6Q_3$$

মুঠ বায় ফলনটো যদি $C = 20 + 15Q$ হয়, তেন্তে ভাৰসাম্য উৎপাদনৰ পৰিমাণ আৰু ভাৰসাম্য দৰ উলিওৱা।

- (c) A monopolist produces his product in two different plants and his total cost (TC) function of the two plants are given by

$$TC_1 = 10 - 2Q_1 + Q_1^2$$

$$TC_2 = 15 - 6Q_2 + 2Q_2^2$$

22A/1098

(Turn Over)

(10)

If the average revenue (AR) function is given by $AR = 50 - 2Q$, then find—

- (i) profit maximizing outputs; $5+5=10$
- (ii) maximum profit.

এজন একটীয়া বিক্রেতাই দুটা ভিন্ন প্রকল্প উৎপাদন করা সামগ্রীর বায় (TC) ফলন হ'ল

$$TC_1 = 10 - 2Q_1 + Q_1^2$$

$$TC_2 = 15 - 6Q_2 + 2Q_2^2$$

যদি গড় আয় $AR = 50 - 2Q$ হয়, তেন্তে—

- (i) সর্বোচ্চ লাভ অর্জনকারী উৎপাদনৰ পৰিমাণসমূহ;
- (ii) সর্বোচ্চ লাভ নির্ণয় কৰা।

- (d) For each $F(x, y) = 0$ use the implicit function rule to find $\frac{dy}{dx}$: $5+5=10$

অন্তনিহিত ফলনৰ নিয়ম প্রযোগ কৰি তলত দিয়া প্রতিটো

$F(x, y) = 0$ ফলনৰ পৰা $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় কৰা :

$$(i) F(x, y) = y - 6x + 7 = 0$$

$$(ii) F(x, y) = 3x^2 + 2xy + 4y^3 = 0$$

- (e) Solve the following differential equation :

তলত দিয়া অৱকলনীয় সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

$$\frac{dy}{dt} + 4y = 12, \quad y(0) = 2$$

(11)

- (f) Solve the following first-order difference equation :

তলত দিয়া প্রথম-ক্রমৰ ভেদ সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

$$y_{t+1} - 5y_t = 1, \quad y(0) = \frac{7}{4}$$

- (g) The consumer's utility function and budget constraint are given as follows :

$$U = 18xy + 9y \quad \text{subject to } 6x + 3y = 15$$

Find out optimum purchase of x and y which will maximize the utility of the consumer.

উপভোক্তাৰ উপযোগিতা ফলন আৰু বাজেট প্ৰতিবন্ধক ক্ৰমান্বয়ে তলত দিয়া আছে :

$$U = 18xy + 9y \quad \text{সাপেক্ষে } 6x + 3y = 15$$

উপভোক্তাৰ উপযোগিতা সৰ্বাধিক হোৱাৰ বাবে x আৰু y সামগ্ৰীৰ ক্ৰয় কিমান হ'ব লাগিব, নিৰ্ণয় কৰা।

- (h) A producer's cost function (C) and production function (Q) are given below. Find the optimum combination of inputs [labour (L) and capital (K)] in order to minimize the cost of production

$$C = 2L + 4K \quad \text{subject to } Q = 8L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{2}} = 64$$

এজন উৎপাদকৰ ব্যয় ফলন (C) আৰু উৎপাদন ফলন (Q) তলত দিয়া হৈছে। ব্যয় সবনিম্ন কৰাৰ বাবে উৎপাদনৰ উপাদান [শ্ৰম (L) আৰু মূলধন (K)]ৰ সৰ্বোত্তম সংমিশ্ৰণ কি হ'ব, নিৰ্ণয় কৰা :

$$C = 2L + 4K \text{ সাপেক্ষে } Q = 8L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{2}} = 64$$

- (i) Find equilibrium income (\bar{Y}), consumption (\bar{C}) and tax revenue (\bar{T}) from the following simple national income model :

তলত দিয়া সৰল জাতীয় আয়ৰ আহিঁৰ পৰা ভাৰসাম্য আয় (\bar{Y}), ভোগ ব্যয় (\bar{C}) আৰু কৰ বাজহ (\bar{T}) নিৰ্ণয় কৰা :

$$\begin{aligned} Y &= C + I_0 + G_0 \\ C &= 200 + 0.8(Y - T) \\ T &= 50 + 0.3Y \\ I_0 &= 500 \\ G_0 &= 400 \end{aligned}$$

- (j) Analyze the following market model for stability :

তলত দিয়া বজাৰ আহিঁটোৰ সুস্থিতা বিশ্লেষণ কৰা :

$$\begin{aligned} Q_d &= 14 - 3P \\ Q_s &= -10 + 2P \\ \frac{dp}{dt} &= 4(Q_d - Q_s) \end{aligned}$$

★ ★ ★