

Total number of printed pages-23

3 (Sem-1/CBCS) MAT HG/RC

2021

(Held in 2022)

MATHEMATICS

(Honours Generic/Regular)

For Honours Generic

Attempt either MAT-HG-1016 or MAT-HG-1026

For Regular

Attempt MAT-RC-1016

*The figures in the margin indicate
full marks for the questions.*

Answer either in English or in Assamese.

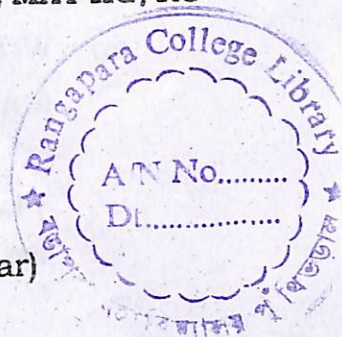
OPTION-A

Paper : MAT-HG-1016/MAT-RC-1016

(Calculus)

Full Marks : 80

Time : Three hours



Contd.

1. Answer the following questions : $1 \times 10 = 10$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Write the domain and range of the function $f(x) = \cos^{-1} x$.

$f(x) = \cos^{-1} x$ ফলনটোৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ লিখা।

(b) Find the value of the function $\sin^2 \frac{3\pi}{8}$.

ফলন $\sin^2 \frac{3\pi}{8}$ ৰ মান উলিওৱা।

(c) Find the value of $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{x+3}{x}}$.

$\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{x+3}{x}}$ ৰ মান উলিওৱা।

(d) State whether the statement is true or false :

The function $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \leq 0 \\ 1-x & , x > 0 \end{cases}$

is continuous at $x=0$.

তলৰ উক্তিটো সঁচা নে মিছা লিখা :

ফলন $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \leq 0 \\ 1-x & , x > 0 \end{cases}$

$x=0$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন।

(e) What is the n th derivative of e^{ax+b} ?

e^{ax+b} ৰ n -তম অৱকলনটো কি?

(f) Expand $e^{\sin x}$ in powers of x by using Maclaurin's infinite series.

মেক্লেৰিনৰ অসীম শ্ৰেণীটো ব্যৱহাৰ কৰি $e^{\sin x}$ ক x ৰ ঘাতত প্ৰসাৰ কৰা।

(g) If $f(x) = x(x-1)$, then on what interval the function f is decreasing ?

যদি $f(x) = x(x-1)$ হয়, তেন্তে f ফলনটো কি অন্তৰালত হ্রাসমান হব?

(h) State whether the statement is true or false :

“Every differentiable function is continuous.”

তলৰ উক্তিটো সঁচা নে মিছা লিখা :

“প্ৰত্যেক অৱকলন ফলন অবিচ্ছিন্ন।”

(i) Given a function U that satisfies

$$1 - \frac{x^2}{4} \leq U(x) \leq 1 + \frac{x^2}{2} \text{ for all } x \neq 0, \text{ find}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} U(x).$$

ফলন U এনে ধৰণে দিয়া আছে, যাতে

$$1 - \frac{x^2}{4} \leq U(x) \leq 1 + \frac{x^2}{2} \text{ য'ত সকলো } x \neq 0$$

তেন্তে $\lim_{x \rightarrow 0} U(x)$ উলিওঁৱা।

(j) State whether the statement is true or false :

The slope of the tangent line to the curve $y = x^2 + 4x + 7$ at $x = 1$ is 6.

তলৰ উক্তিটো সঠা নে মিছা লিখা :

$x = 1$ ত $y = x^2 + 4x + 7$ বক্ৰৰ স্পৰ্শকৰ প্ৰৱণতা 6।

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Evaluate $\cos\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$.

$\cos\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ ৰ মান উলিওঁৱা।

(b) Let $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} + \cos x & \text{if } x \neq 0 \\ 2 & \text{if } x = 0 \end{cases}$

Show that $f(x)$ is continuous at $x = 0$:

ধৰা হল, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} + \cos x & \text{যদি } x \neq 0 \\ 2 & \text{যদি } x = 0 \end{cases}$

দেখুওঁৱা যে $f(x)$, $x = 0$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন।

(c) If $y = \sin^{-1} x$, prove that

$$(1 - x^2)y_2 - xy_1 = 0$$

যদি $y = \sin^{-1} x$, প্ৰমাণ কৰা যে

$$(1 - x^2)y_2 - xy_1 = 0$$

(d) If $u = x^2y + y^2z + z^2x$, then find the

$$\text{value of } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}.$$

যদি $u = x^2y + y^2z + z^2x$, তেন্তে

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \text{ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।}$$

(e) Evaluate (মান নির্ণয় কৰা) :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\log(1+x)}$$

3. Answer **any four** questions : $5 \times 4 = 20$
যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) If $y = (x^2 - 1)^n$, prove that

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + 2xy_{n+1} - n(n+1)y_n = 0.$$

Hence deduce that if $P_n = \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$,

$$\text{then } \frac{d}{dx} \left\{ (1-x^2) \frac{dP_n}{dx} \right\} + n(n+1)P_n = 0$$

3+2=5

যদি $y = (x^2 - 1)^n$, প্রমাণ কৰা যে

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + 2xy_{n+1} - n(n+1)y_n = 0$$

ইয়াৰ পৰা সাব্যস্ত কৰা যে, যদি

$$P_n = \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n, \text{ তেন্তে}$$

$$\frac{d}{dx} \left\{ (1-x^2) \frac{dP_n}{dx} \right\} + n(n+1)P_n = 0$$

(b) State Rolle's theorem and verify it for the function $f(x) = x(x+3)e^{-x/2}$ in $[-3, 0]$. $2+3=5$

ৰ'লেৰ উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখা আৰু সত্যতা f ফলনৰ বাবে $[-3, 0]$ অন্তৰালত পৰীক্ষা কৰা য'ত

$$f(x) = x(x+3)e^{-x/2}$$

(c) Evaluate, using L'Hospital's rule :

এল' হ'চপিভাল নীতি প্ৰয়োগ কৰি মান নির্ণয় কৰা :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x} \quad 5$$

(d) Using definition find $\frac{\partial u}{\partial x}$

$$\text{if } u = \log(x^2 + y^2). \quad 5$$

যদি $u = \log(x^2 + y^2)$, তেন্তে সূত্র প্ৰয়োগ কৰি

$\frac{\partial u}{\partial x}$ ৰ মান উলিওৱা।

(e) If $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$, show

$$\text{that } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3}{x+y+z}. \quad 5$$

যদি $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$, দেখুওঁৱা

$$\text{যে } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3}{x+y+z}$$

(f) Show that the area of triangle ABC is $\frac{1}{2} ab \sin C$. 5

দেখুউৱা যে ABC ত্ৰিভুজৰ ফালি $\frac{1}{2} ab \sin C$

4. Answer **either** [(a) and (b)] **or** [(c) and (d)]:
[(a) আৰু (b)] অথবা [(c) আৰু (d)] অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Find the value of θ in the mean value theorem

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h), 0 < \theta < 1$$

for the function $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x$ 5

মধ্যমান উপপাদ্যটোত

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h), 0 < \theta < 1$$

θ ৰ মান উলিওঁৱা য'ত $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x$

(b) If $u = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y}$, prove that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$
 5

যদি $u = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y}$, প্রমাণ কৰা যে

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

(c) State Euler's theorem on homogeneous function and then verify for the function

$$f(x, y) = \frac{x(x^3 - y^3)}{x^3 + y^3} \quad 1+4=5$$

সুষম ফলনৰ ইউলাৰৰ উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখা আৰু ইয়াৰ সত্যতা f ফলনৰ বাবে পৰীক্ষা কৰা য'ত

$$f(x, y) = \frac{x(x^3 - y^3)}{x^3 + y^3}$$

(d) Prove that (প্রমাণ কৰা) :

$$\frac{x}{1+x^2} < \tan^{-1} x < x, \quad x > 0 \quad 5$$

5. Prove that the double limit exist but repeated limits do not exist for the function

$$f(x, y) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

10

প্রমাণ কৰা যে ফলন f ৰ দ্বিসীমা স্থিত হয়, কিন্তু পুনৰাবৃত্তী সীমা স্থিত নহয়, য'ত

$$f(x, y) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Or/ অথবা

Find infinite series of $\log(1+x)$ for $|x| < 1$ using Maclaurin's theorem. 10

মেক্‌লৰিনৰ উপপাদ্যটো ব্যৱহাৰ কৰি $\log(1+x)$, $|x| < 1$ ৰ অসীম শ্ৰেণীটো নিৰ্ণয় কৰা।

6. Answer **either** [(a) and (b)] **or** [(c) and (d)]: [(a) আৰু (b)] অথবা [(c) আৰু (d)] অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) If (যদি) $y = e^{a \sin^{-1} x}$ prove that (প্রমাণ কৰা যে) —

$$(i) (1-x^2)y_2 - xy_1 - a^2y = 0$$

$$(ii) (1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+a^2)y_n = 0$$

2+3=5

(b) Show that, $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$, $x \neq 0$
0, $x = 0$

is differentiable at $x = 0$ and find $f'(0)$.
3+2=5

দেখুউৱা যে, $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$, $x \neq 0$
0, $x = 0$

$x = 0$ বিন্দুত অৱকলন আৰু $f'(0)$ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) A triangle has sides $a = 3$ units, $b = 4$ units and angle $C = 90^\circ$. Find the length of the side c . 5

এটা ত্ৰিভুজত $a = 3$ একক, $b = 4$ একক আৰু $\angle C = 90^\circ$ । c বাহুৰ দৈৰ্ঘ্যৰ মান উলিওঁৱা।

(d) Evaluate **any two** of the following :
 $2\frac{1}{2} \times 2 = 5$

যিকোনো দুটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x + \sin x}{3 \cos x}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x \sec 2x}{3x}$

7. Answer **either** [(a) and (b)] **or** [(c) and (d)]:
 [(a) আৰু (b)] অথবা [(c) আৰু (d)] অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Prove that (প্রমাণ কৰা) :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{1/x^2} = e^{1/3} \quad 6$$

(b) Show that, $f(x) = \begin{cases} |x-a| & , x \neq a \\ 1 & , x = a \end{cases}$

is discontinuous at $x=a$. 4

দেখুওৱা যে, $f(x) = \begin{cases} |x-a| & , x \neq a \\ 1 & , x = a \end{cases}$

$x=a$ বিন্দুত অনবিচ্ছিন্ন।

(c) Show that (দেখুওৱা) :

$$\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x \text{ for } x > 0 \quad 6$$

(d) Consider the function

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 6.$$

Find the function which

- (i) shifts the graph of f two units up;
- (ii) shifts the graph of f one unit to the left;

(iii) stretches the graph of f vertically by a factor 3;

(iv) compresses the graph of f horizontally by a factor 2. 4

$f(x) = x^4 - 4x^3 + 6$ হলে, তলৰ ফলন কেইটা নিৰ্ণয় কৰা :

(i) f ফলনটোৰ লেখটোক ২ একক ওপৰলৈ স্থানান্তৰ কৰা;

(ii) f ফলনটোৰ লেখটোক এক একক বাওঁফালে স্থানান্তৰ কৰা;

(iii) f ফলনটোৰ লেখটোক তিনি গুণ উলম্বভাৱে প্ৰসাৰিত কৰা;

(iv) f ফলনটোৰ লেখটোক দুই গুণ আনুভূমিকভাৱে সংকুচিত কৰা।

OPTION-B

Paper : MAT-HG-1026

(Honours Generic)

(Analytical Geometry)

Full Marks : 80.

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer either in English or in Assamese.

1. Answer the following questions : $1 \times 10 = 10$
তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

(i) Under what condition

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ may represent a pair of parallel straight line ?

কি চৰ্ত সাপেক্ষে $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ এ এযোৰ পৰস্পৰ সমান্তৰাল সৰলৰেখা নিৰূপণ কৰে?

(ii) Find the point on the conic

$$\frac{8}{r} = 3 - \sqrt{2} \cos \theta$$

whose radius vector is 4.

$$\frac{8}{r} = 3 - \sqrt{2} \cos \theta$$

শাংকৰৰ ওপৰত থকা বিন্দু এটা
নিৰ্ণয় কৰা য'ত ব্যাসাৰ্ধ ভেক্টৰ 4।

(iii) Define conjugate diameters of an ellipse.

উপবৃত্ত এটাৰ সংযুক্ত ব্যাসৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(iv) Express the parabola $y^2 = 4ax$ in parametric form.

$y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তটোক প্ৰাচলিক আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

(v) By what angle the axes are to be rotated to remove the xy -term from the

equation $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$?

অক্ষ দুডালক কি কোণত ঘূৰালে

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ সমীকৰণটো xy -পদ মুক্ত হ'ব?

(vi) Define cross product of two vectors.
দুটা ভেক্টৰৰ সদিশ পূৰণৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(vii) Find the centre and radius of the sphere $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$$

গোলকটোৰ কেন্দ্ৰ আৰু ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

(viii) Find the unit vector that has the same direction as $\vec{u} = 2i + 2j - k$.

$\vec{u} = 2i + 2j - k$ ৰ দিশত একক ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(ix) What is the value of $i \times (i + j + k)$?

$i \times (i + j + k)$ ৰ মান কিমান?

(x) Find parametric equations of the line passing through (4, 2) and parallel to $\vec{v} = (-1, 5)$.

(4, 2) বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা $\vec{v} = (-1, 5)$ ৰ সমান্তৰাল ৰেখাৰ প্ৰাচলিক সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Find the angle between the vectors $\vec{u} = i - 2j + 2k$ and $\vec{v} = -3i + 6j + 2k$.

$\vec{u} = i - 2j + 2k$ আৰু $\vec{v} = -3i + 6j + 2k$ ভেক্টৰ দুটাৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Prove that the equation

$2x^2 + 3xy - 2y^2 + 7x - y + 3 = 0$ represents a pair of perpendicular lines.

প্ৰমাণ কৰা যে

$2x^2 + 3xy - 2y^2 + 7x - y + 3 = 0$ এ এযোৰ পৰম্পৰ লম্বভাৱে থকা সৰলৰেখা নিৰূপণ কৰে।

(c) Find the co-ordinates of the focus and the vertex of the parabola

$$y^2 - 4y - 2x - 8 = 0.$$

$y^2 - 4y - 2x - 8 = 0$ অধিবৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ আৰু শীৰ্ষবিন্দু নিৰ্ণয় কৰা।

(d) Show that if the polar of P w.r. to an ellipse passes through Q, then the polar of Q passes through P.

দেখুওৱা যে এটা উপবৃত্ত সাপেক্ষে P বিন্দুৰ ধ্ৰুৱীয় ৰেখাডাল Q বিন্দুৱেদি গ'লে, Q বিন্দুৰ ধ্ৰুৱীয় ৰেখাডালো P য়েদি যাব।

(e) Find the direction cosines of the vector

$$\vec{v} = 2i - 4j + 4k.$$

$\vec{v} = 2i - 4j + 4k$ ভেক্টৰটোৰ দিশাংক নিৰ্ণয় কৰা।

3. Answer the following questions : (any four)
5 × 4 = 20

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া : (যিকোনো চাৰিটা)

(a) By a suitable transformation remove the term containing xy from the equation $11x^2 + 4xy + 14y^2 = 5$.

এটা যথোপযুক্ত ৰূপান্তৰৰ সহায়ত

$11x^2 + 4xy + 14y^2 = 5$ সমীকৰণটোৰ পৰা xy পদটো বিলোপ কৰা।

(b) Find a vector that is orthogonal to both of the vectors $\vec{u} = (2, -1, 3)$ and $\vec{v} = (-7, 2, -1)$.

$\vec{u} = (2, -1, 3)$ আৰু $\vec{v} = (-7, 2, -1)$ ভেক্টৰ দুটাৰ উভয়ৰে লম্ব হোৱা ভেক্টৰ এটা নিৰ্ণয় কৰা।

(c) The normal at the point $(at_1^2, 2at_1)$ meets the parabola again at the point $(at_2^2, 2at_2)$. Prove that $t_2 = -t_1 - \frac{2}{t_1}$.

$(at_1^2, 2at_1)$ বিন্দুত টনা অভিলম্ব ডালে অধিবৃত্তটোক $(at_2^2, 2at_2)$ বিন্দুত সংযোজিত হয়। প্রমাণ কৰা যে,

$$t_2 = -t_1 - \frac{2}{t_1}$$

(d) Find the polar equation of a conic in the form $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$.

এটা শাংকৰৰ ধ্ৰুবীয় সমীকৰণ $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$

আকাৰত নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Reduce the equation

$$x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y + 6 = 0$$

to standard form.

$$x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y + 6 = 0$$

সমীকৰণটোক আদৰ্শ আকাৰলৈ ৰূপান্তৰ কৰা।

(f) Find the equation of the bisectors of the angles between the pair of lines given by $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$.

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ সমীকৰণে বুজোৱা ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Answer **either** (a) **or** (b) from each of the following **four** equations : 10×4=40

তলৰ চাৰিটা সমীকৰণৰ প্ৰতিটোৰ (a) অথবা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰা :

4. (a) (i) Find the equation of the tangent to the conic

$$4x^2 + 3xy + 2y^2 - 3x + 5y + 7 = 0$$

at the point $(1, -2)$.

$(1, -2)$ বিন্দুত

$$4x^2 + 3xy + 2y^2 - 3x + 5y + 7 = 0$$

শাংকৰৰ ওপৰত টনা স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Show that a homogeneous equation of second degree in x and y represents a pair of straight lines passing through the origin.

দেখুওৱা যে, x আৰু y ৰ দ্বিঘাতৰ এটা সুখম সমীকৰণে মূলবিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা এযোৰ সৰলৰেখাক বুজাব?

- (b) If by a transformation from one set of rectangular axes to another with the same origin the expression

$$ax^2 + 2hxy + by^2$$

changes to $ax'^2 + 2hx'y' + by'^2$, then

$$a+b = a'+b' \text{ and } ab - h^2 = a'b' - h'^2.$$

মূলবিন্দু সাপেক্ষে আয়তীয় অক্ষদ্বয়ক ঘূৰালে যদি

$$ax^2 + 2hxy + by^2 \text{ বাশিটো}$$

$$ax'^2 + 2hx'y' + by'^2 \text{ লৈ পৰিবৰ্তিত হয়,}$$

তেন্তে দেখুওৱা যে

$$a+b = a'+b' \text{ আৰু } ab - h^2 = a'b' - h'^2.$$

5. (a) (i) Find an equation of the line in 3-space that passes through the points $P(2, 4, -1)$ and $Q(5, 0, 7)$.
 $P(2, 4, -1)$ আৰু $Q(5, 0, 7)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Calculate the scalar triple product $\bar{u} \cdot (\bar{v} \times \bar{w})$ of the vectors $\bar{u} = 3i - 2j - 5k$, $\bar{v} = i + 4j - 4k$ and $\bar{w} = 3j + 2k$.

$$\bar{u} = 3i - 2j - 5k, \bar{v} = i + 4j - 4k \text{ আৰু } \bar{w} = 3j + 2k \text{ হ'লে, } \bar{u} \cdot (\bar{v} \times \bar{w}) \text{ নিৰ্ণয় কৰা।}$$

- (b) (i) Find the area of the triangle that is determined by the points $P(2, 2, 0)$, $Q(-1, 0, 2)$ and $R(0, 4, 3)$.

$$P(2, 2, 0), Q(-1, 0, 2) \text{ আৰু}$$

$R(0, 4, 3)$ বিন্দুৰে নিৰ্দেশ কৰা ত্ৰিভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Prove that

$$\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) + \bar{b} \times (\bar{c} \times \bar{a}) + \bar{c} \times (\bar{a} \times \bar{b}) = \bar{0}$$

প্রমাণ কৰা যে,

$$\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) + \bar{b} \times (\bar{c} \times \bar{a}) + \bar{c} \times (\bar{a} \times \bar{b}) = \bar{0}$$

6. (a) Show that the ortho-centre of the triangle formed by the lines

$$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0 \text{ and } lx + my = 1 \text{ is}$$

$$\text{given by } \frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{a+b}{am^2 - 2hlm + bm^2}.$$

দেখুওৱা যে $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ আৰু
 $lx + my = 1$ ৰেখাৰে আবৃত ত্ৰিভুজটোৰ পাদিক কেন্দ্ৰ

$$\text{হ'ল } \frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{a+b}{am^2 - 2hlm + bm^2}$$

(b) Discuss the nature of the conic represented by

$$3x^2 - 8xy - 3y^2 + 10x - 13y + 8 = 0.$$

$$3x^2 - 8xy - 3y^2 + 10x - 13y + 8 = 0$$

সমীকৰণে নিৰ্দেশ কৰা শাংকৰৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ণয় কৰা।

7. (a) (i) Show that the equation of the tangent to the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ at the point α is

$$\frac{l}{r} = e \cos \theta + \cos(\theta - \alpha)$$

দেখুওৱা যে $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ শাংকৰটোৰ α বিন্দুত স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ হ'ল

$$\frac{l}{r} = e \cos \theta + \cos(\theta - \alpha)$$

(ii) Obtain the equation of the chord of the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$, joining the two points on the conic, whose vectorial angles are $(\alpha + \beta)$ and $(\alpha - \beta)$.

$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ শাংকৰটোৰ $(\alpha + \beta)$ আৰু $(\alpha - \beta)$ বিন্দু সংযোগী জ্যাৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(b) (i) Find the condition that the line $a \cos \theta + b \sin \theta = \frac{l}{r}$ may be a normal to the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$.

$$a \cos \theta + b \sin \theta = \frac{l}{r} \text{ ৰেখাডাল}$$

$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ শাংকৰৰ অভিলম্ব হোৱাৰ চৰ্ত উলিওৱা।

(ii) Find the polar equation of a circle. এটা বৃত্তৰ ধ্ৰুৱীয় সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।